

1 単元名 数量の新しい見方の《利用Ⅲ》 「比とその利用」

2 授業構成

(1) 教師と教材

本単元のねらいは、学習指導要領 D「数量関係」領域、「(1)簡単な場合について比の意味を理解できるようにする。」に位置づけられている。内容の取り扱いでは「具体的な場面を通して、数量の関係を調べ、等しい比があることを理解する程度とする」とともに、比の値は取り扱わないものとする。」と示されているが、発展的な取り扱いが認められた現在の教科書では比の値にもふれるようになっている。

「比」は、2量を比較するときの考え方の1つである。2量を比較するには、3つの方法がある。第1は、大小関係を「2つの数量の差」に着目する方法、第2は、A、B 2つの数量の一方を基準として（1と見て）もう一方がいくつに当たるかという「割合」の考え方で比較する方法、第3は、A、B 2つの数量を共通な基準を用いて比較する方法である。例えば、6cm と 8cm の割合を表すのに、1cm を基準とすると、「6対8の割合」2cm を基準とすると「3対4の割合」であるというように2数の組み合わせで並列して表す方法である。これが本単元で学ぶ「比」の表し方である。比の考え方の学習においては、割合の考え方との関連で理解を深めることを大切しながら、さらに比で表すよさや活用するよさが見出せるようにしていきたいと考える。

本時は、「課題」からの授業構成を考えている。差が一定で変化する二人の年齢はどう変化するのか、1:2 や 1:3 になる時はいつなのかを見出すことを問題としている。その際の課題は、5-(2)のようである。多様な解決をすることができるが、比を活用すると簡潔に解決することができるよさを見出したいと考える。

このような学習を通して、日常の事象には量の関係を比を利用して表しているものも多くあり、そのような見方で日常の事象をとらえたり、異なる視点から既習の公式や事象や数学的な見方・考え方を見直し意味を深めたり統合的・発展的に考えたりしようとする態度を育成することは大切なことであると考えます。

(2) 子どもと教師

算数科は、問題解決学習を軸に、解決に至る過程を重視するよう心がけている。既習事項の何をどのように生かすのか、何が本時の学習につながっているのか等、学習の関連を意識して学ぶようにしている。また、思考過程を図や式や言葉で具体的にかき残すようにしている。そこでまず、「問題との関わり方を学ぶ」ことから始めた。問題を把握するには、未知の数量を導き出したり絵や図で数量の関係を表し数量関係を分析したりすること、見積もりなどを通して、解決の糸口をつかむことなどを行ってきた。次に「他者との学び合いを学ぶ」ことである。つまり、他者との意見交換（集団での課題の検討）で、絵や図に描いて考えること、なぜそんな絵や図をかこうとしたのか、式に表すとどうなるのか、この式の意味はこの図のどこで示されているのかなどを互いに話し合うことでそれぞれの自己の学びを向上させるよう努めてきた。さらに、新たな課題を見出し、検討・考察していく中で数学的な見方・考え方を深めたり、よりよい見方・考え方を見出す楽しさを味わったりすることが学ぶ意欲につながっていくように感じている。

本時では、提示された問題場面の一部分や状況から、導き出される数量の関係や未知の数量を見出したり、問題を児童自ら構成させたりしたい。それが、よりよく問題を把握（数量関係の分析）することにつながると考えるからである。ともすれば、数値だけに目を向け解決の糸口をつかめないでいることがあるが、解決の糸口をつかむために、表や図をかき、それをもとに考察することが解決の糸口や、新たな新たな見方・考え方の起源になることをとらえさせたい。また、多様な解決を比較検討し、他者の考え方を判断したり他者の考え方のよさを味わったりさせたい。

(3) 子どもと教材

本単元は、本校の数理探求のプロセスの「つかう」単元に当たる。本時は、「比を使った問題」であるので、単元の中の探求プロセスも「つかう」場面にあたる。「つかう」場面における算数的活動は、「①数理的処理のよさや便利、②法則を活用する活動・問題場面を拡げ条件を変えていく活動」である。そこで、多様な方法で問題解決をする中から比を活用するよさを見出すことができ、比を活用する場面や見方を拡げることができるような問題を設定した。

いま、妹は6才、わたしは12才、兄は15才、母は48才です。

①妹と兄の年齢の比が、1:2 になるのは、何年後でしょう。

②わたしと母の年齢の比が、1:3 になるのは、何年後でしょう。

このような問題に対して、児童は、次の①～③のような活動を行うものと予想される。①「表を利用して、年

年齢の変化の様子を順序よく調べる」活動である。表からどんな決まりが見出されるのか問いたい。また、見出した解を線分図に表し、それに比を加えることを促し、年齢と比の差の関係について目を向けるようにしたい。②「未知の数量を□とし、数量の関係を式に表して考える」活動である。用いた式と比の関係を線分図に表すことを促したい。そして、年齢の差と比の差の関係について考察させていきたい。③「年齢の差と比の差の関係を利用して考える」活動である。どうしてこのような線分図になるのか、年齢の差が比の差になるのか説明することを促す。また、それを式に表すことで、一定となる年齢の差が比の差になることを一般化して考えることができるようにしていきたい。

本時は、考えを進めていく上で線分図が大きな手がかりとなる。問題解決を図るために自ら図をかき、それをもとに確かめたり新たな見方・考え方を見出していくことができるよう支援をしていきたいと考えている。

3 単元の目標

- 比の意味について理解し、それを用いて2量の割合を比を使って表したり比の相当について調べたりすることを通して、さまざまな量の関係について考察し、比を活用して見る見方・考え方の伸長を図る。
- 比を利用し問題を考えることを通して比を活用するよさを味わうとともに、既習の事項についての見方や考え方を深めたり広げたりする。

4 学習計画（全7時間）

第1次 比の表し方（2時間）

第2次 等しい比（2時間）

第3次 比を使った問題（3時間）

第1・2時 比を使った問題（本時 1/2）

第3時 たしかめ道場・ステップ・ジャンプ

5 本時の学習

(1) 本時のねらい

差が一定で変化する二人の年齢の比が、1：2や1：3となる問題を多様に解決することを通して、比を活用して考察するよさを味わう。（数学的な見方・考え方、表現・処理）

(2) 本時の課題

- ・年齢の差は比の差になっているのは、なぜだろう。
- ・年齢の差が7歳、8歳、10歳・・・と変わっても同じように比の差を使って考えられるだろうか。
- ・見出した考え方（年齢の差が比の差になる見方）で、わたしと母、1：3になる場合を考えよう。

(3) 課題から期待される算数的活動の様相

- A 一定である年齢の差は比の差であるということを活用して考え、比に着目して問題解決する見方・考え方のよさに気づくことができる。
- B 一方の年齢を□として関係を式に表し問題解決を図り、それを線分図に表すことを通して、年齢の差と比の差の関係について考察する。
- C 年齢の変化の様子を表に表して順序よく調べ、年齢の比が1：2（1：3）になる年齢を見出し、その結果を図に表して確かめ、年齢と比の関係を考察する。

(4) 本時の展開

☐ 期待される児童の算数的活動 ☐ 教師の支援 ☐ 教師の意図 ☐ 評価

問題提示

いま、妹は6才、わたしは12才、兄は15才、母は48才です。

- この年齢から分かることはどんなことでしょうか。（年齢の比はどうなっていますか。）
 - ・妹：わたし = 6：12 = 1：2
 - ・わたし：母 = 12：48 = 1：4
 - ・わたし：兄 = 12：15 = 4：5
- どのような問題が考えられるでしょう。
 - ・10年後には、妹とわたしの年齢の比はどうなっているでしょう。→16：22 = 8：11
 - ・わたしと母の年齢の比が1：2になるのはいつでしょう。





- ①妹と兄の年齢の比が， $1:2$ になるのは，何年後でしょう。
 ②わたしと母の年齢の比が， $1:3$ になるのは，何年後でしょう。
その求め方を考えましょう。

意 与えられた条件から導かれる新たな数量の関係を問うことで，問題（数量の関係）を分析することにつなげたい。また，とらえた数量の関係から導かれる問題を考察させたい。これらを通して，よりよく問題を把握する（数量の関係を分析する）学び方を身につけさせたい。

自力解決 C

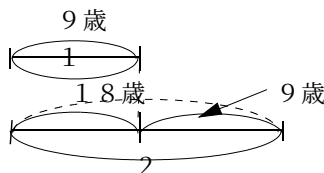
活 表を利用して順序よく調べる，

① 妹と兄の場合

妹(歳)	6	7	8	9
兄(歳)	15	16	17	18
比	2:5	7:16	8:17	1:2

- ・妹も兄も1歳ずつ歳が増えていく。
- ・年齢の差は，いつも9歳である。

3年後に9歳と18歳で $1:2$ となる。



②わたしと母の場合

私(歳)	12	13	14	15	16	17	18
母(歳)	48	49	50	51	52	53	54
比	1:4	13:49	7:25	5:27	8:26	17:53	1:3

- ・私も母も1歳ずつ歳が増えていく。
- ・年齢の差はいつも36歳

6年後に18歳と54歳で $1:3$ となる。

支-1 年齢の差は，いつも9歳，いつも36歳になる決まりが見つかったね。

支-2 見出した解，9歳と18歳が $1:2$ になることを線分図で確かめてみましょう。

意 表に整理して決まりを見出し，その決まりを利用して問題解決を図するという，既習の見方・考え方を利用していくようにさせたい。見出した年齢と比を図に表すことを通して，見出した解が正しいかどうか確かめるとともに，年齢と比，年齢の差と比の差の関係について考察できるようにしたい。

評 二人の年齢の変化の様子を表に表して，年齢の比が $1:2$ （ $1:3$ ）になる年齢を調べることができる。さらに，その結果を図に表して確かめることができる。

自力解決 B-1

活 一方の年齢を□と置き，年齢の関係を式に表して考える。

①妹の年齢を□歳とする。

妹と兄の年齢の差は，常に $15-6=9$

だから，兄の年齢は， $\square+9$

妹と兄の年齢が $1:2$ ということは，

兄の年齢の2倍ということだから

$$\square \times 2 = \square + 9$$

$$\square \times 2 - \square = 9$$

$$\square = 9$$

だから，妹の年齢は，9歳

兄の年齢は， $9+9=18$

妹9歳 兄18歳 （3年後）

自力解決 B-2

活 一方の年齢や年数を□と置き，年齢の関係を比の式に表して考える。

ア) 妹の年齢を□歳と考えて

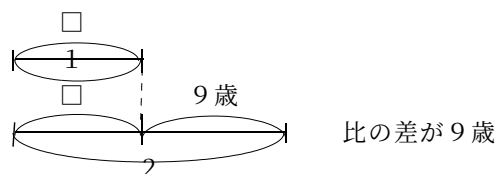
$$\square : \square + 9 = 1 : 2$$

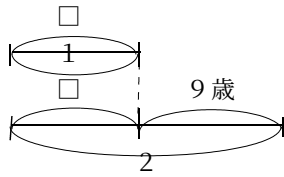
$$2 \times \square = \square + 9$$

$$\square = 9 \quad (\text{妹})$$

$$9 + 9 = 18 \quad (\text{兄})$$

妹9歳 兄18歳 （3年後）





比の差が9歳

支-1 妹の年齢を□

とすれば、兄の年齢は□+9、
または□の2倍になり、年齢の差はいつも変わら
ない（9になる）ことに気づいたのだね。

イ) □年ごと考えて

$$6 + \square : 15 + \square = 1 : 2$$

$$2 \times (6 + \square) = 15 + \square$$

$$12 + 2 \times \square = 15 + \square$$

$$\square = 15 - 12$$

$$\square = 3$$

3年後 妹9歳 兄18歳

支-1 二人の年齢の関係と比を利用して等しい比
の式に表すことができるのですね。

支-2 この式を図に表して確かめよう。年齢の差9は比のいくつ分にあたるのでしょうか。

意 妹を□とした場合の二人の年齢を考察した過程で見出した関係を図に表して確かめることを通し
て、常に一定である年齢の差が比の差になることに気づかせたい。

評 一方の年齢を□として関係を式に表して解決を図ることを通して、年齢の差と比の関係について
考察することができる。

自力解決 A

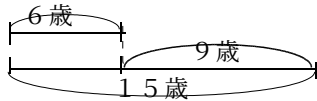
図 年齢の差と比の差を利用して考える。

① 妹と兄の場合

妹と兄の年齢の差 $15 - 6 = 9$

妹：兄 = 1：2 になるには・・・？

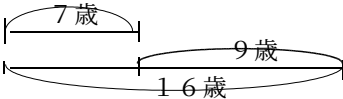
現在



妹：兄 = 6：15 = 2：5

↓

1年後

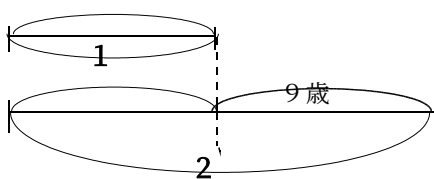


妹：兄 = 7：16

↓

↓

3年後



妹：兄 = 1：2

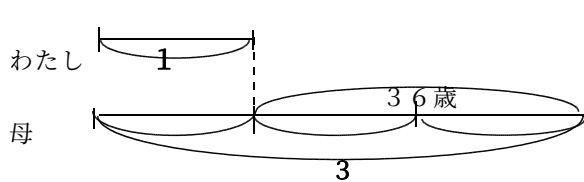
比の1にあたる数が年齢の差の9歳となる。

妹 = $9 \times 1 = 9$

兄 = $9 \times 2 = 18$

妹9歳 兄18歳 (3年後)

②わたしと母の場合



わたしと母の年齢差 $48 - 12 = 36$

比の2にあたる数が、年齢差の36歳

比の1あたり $\rightarrow 36 \div 2 = 18$

わたし $\rightarrow 18 \times 1 = 18$

母 $\rightarrow 18 \times 3 = 54$

わたし18歳 母54歳 (6年後)

支-1 妹6歳と兄15歳の関係、1年後の関係・・・を線分図に表して考えよう。

支-2 なぜ、このような線分図になり年齢の差が比の差になるのか説明しよう。

支-3 この関係を分かりやすく式で示すことはできませんか。

意 年齢の関係を線分図に表すことを通して、年齢の差が比の差になることを説明させたい。(既習の考え方である違いの部分がその差になるという見方・考え方を利用していることに気づかせたい。)そして、わたしと、母の場合を考察することを通して、年齢の差が比の差でありそのいくつ分にあたるという見方を確かめるようにする。さらに、式にまとめ、意味づけを明確にしたい。

評 年齢の関係を図に示し、一定である年齢の差が比の差を表していることを活用して考えることができる。

集団による課題の検討

問 年齢比が1:2, 1:3になる場合について、なぜ年齢差と比の差に着目して考えるのか説明する。

○ どのように3年後 妹9歳, 兄18歳を見出しましたか。

① 表にかいて順序よく調べた。

妹と兄の場合

妹(歳)	6	7	8	9
兄(歳)	15	16	17	18
比	2:5	7:16	8:17	1:2

- ・妹も兄も1歳ずつ歳が増えていく。
- ・年齢の差は、いつも9歳である。

3年後に9歳と18歳で1:2となる。

わたしと母の場合

私(歳)	12	13	14	15	16	17	18
母(歳)	48	49	50	51	52	53	54
比	1:4	13:49	7:25	5:27	8:26	17:53	1:3

- ・私も母も1歳ずつ歳が増えていく。
- ・年齢の差はいつも36歳

6年後に18歳と54歳で1:3となる。

○ 式に表して考えるとどうなるでしょう。

妹の年齢を□とすると、兄の年齢は、 $\square + 9$

$$\square \times 2 = \square + 9$$

$$\square \times 2 - \square = 9$$

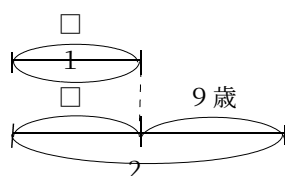
$$\square = 9$$

だから、妹の年齢は、9歳

兄の年齢は、 $9 + 9 = 18$

妹9歳 兄18歳 (3年後)

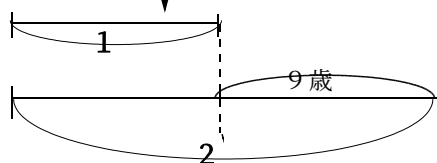
○ 図に示すことができますか。



意-1 年齢の差が9歳になる。表で考えた場合も常に9歳で一定になっていることを確認する。

さらに、この図を利用して、年齢の差が比の差になっていることに目を向けるようにする。

○ 見出した年齢の差9歳を利用して考えることはできませんか。



妹: 兄 = 1:2

比の1にあたる数が年齢の差の9歳となる。

$$\text{妹} = 9 \times 1 = 9$$

$$\text{兄} = 9 \times 2 = 18$$



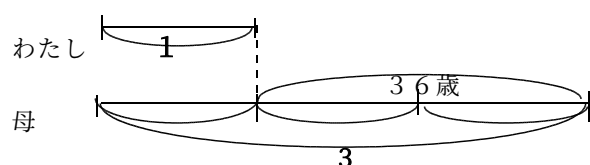
$$(15 - 9) \div (2 - 1) = 9$$

$$9 \times 2 = 18$$

○ 年齢の差が、7歳だったらこの関係は同じでしょう。8歳, 10歳・・・だったらどうでしょう。

- ・差が7歳だったら 妹7歳, 兄 $7 \times 2 = 14$ 歳
- ・差が8歳だったら 妹8歳, 兄 $8 \times 2 = 16$ 歳
- ・年齢の差と比の差の関係を使うと、もとの年齢が分からなくても年齢を考察することができる。

○見出した考え方を利用して、わたしと母の年齢が1：3になる場合を考えましょう。



$$(48 - 12) \div (3 - 1) = 18$$

$$18 \times 3 = 54$$

わたし 18歳 母 54歳 (6年後)

※ 年齢の差が比の差になっている。

※ 歳を重ねていくと、二人の年齢の比はどうなるのでしょうか。開いていくのでしょうか。縮まるのでしょうか。(問題の見積もり)

→年齢の比はだんだん縮まってくる。1：4→1：3になった。

→年齢の差は一定で、1あたりになる年齢が大きくなるから。

意-2 表や式を図に示す過程や示された図を考察することを通して、新たな見方・考え方(年齢の差と比の差の関係を考察すること)を導き出していきたい。

意-3 話し合いで見出した年齢の差が比の差になるという考え方を利用して、わたしと母の年齢の比の問題を考えるようにする。図に示し、比の差2あたりが年齢の差24歳になることを確かめるようする。

意-4 活動の様相を比較することにより、年齢の差と比の差の関係をみる考え方のよさをとらえさせたい。

意-5 問題を解決した過程を振り返り、最初の問題を見積もることで、意図した見積もりの方法や大切さに気づかせたい。

評 年齢の差は比の差であるということを説明することができ、比に着目して問題解決する見方・考え方のよさに気づくことができる。

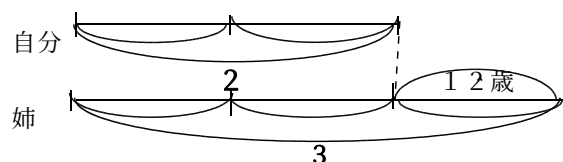
評価問題

実際の自分の家族の年齢で考えてみましょう。

例えば、自分と姉の年齢の比は何：何ですか。

それが、2：3や1：3になるのは、何年後で何歳でしょう。

- ・自分12歳， 姉24歳 → 12：24 = 1：2
- 2：3になるのは



$$(24 - 12) \div (3 - 2) = 12$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$12 \times 3 = 36$$

自分 24歳 姉 36歳 (12年後)

確かめ 24：36 = 2：3

支1 図に示しながら、年齢の差と比の差の関係を捉えて考えよう。見出した年齢が求める比になっているかどうか確かめよう。

支2 数年後に、求めたい比(例えば、1：3や1：2)にならない場合は、どのように考えるといいのでしょうか。(見積もりで考えてみよう。→過去にさかのぼって考えてみよう。)

意 見出した比の関係を自分の場合に置き換えて考察することを通して、年齢の差が比の差になるという見方・考え方の一般化を図る。また、比は日常の生活の場面で活用できるということをとらえさせたい。

評 年齢の差が比の差になるという考え方を利用し、さまざまな年齢の場合で検討することを通して、比を活用する見方を広げることができたか。

引用・参考文献

小学校学習指導要領解説「算数編」

算数教育指導用語辞典

楽しい算数の授業「教材研究と校内研修の新たな視点(矢部敏昭)」2005.9

新・算数授業講座(第6学年) 新算数教育研究会 編 2000.7 東洋館出版社

研究報告集(未来を拓く小・中一貫の新教育課程2年次) 2000. 鳥取大学附属小・中学校

文科省

日本数学教育会

教育出版

明治図書